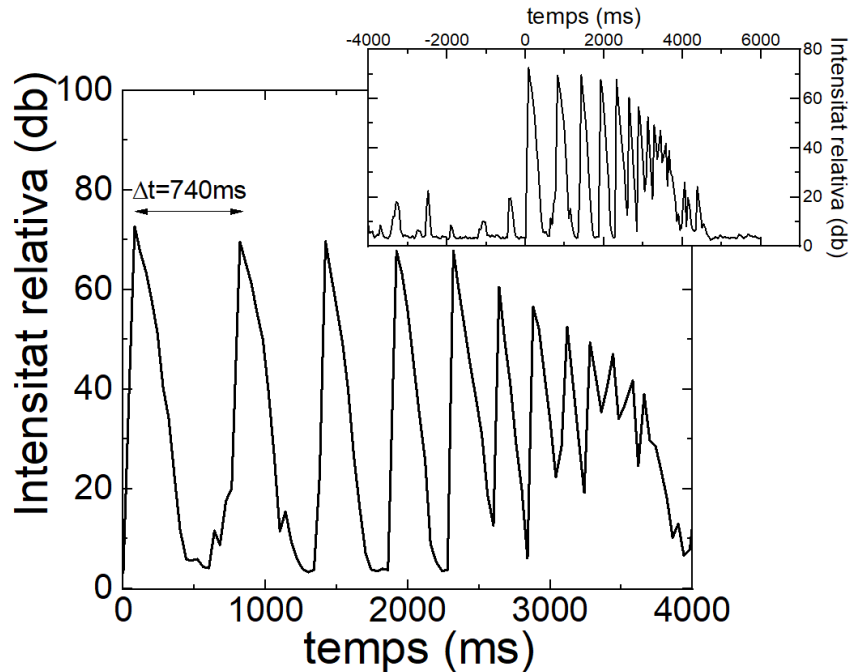
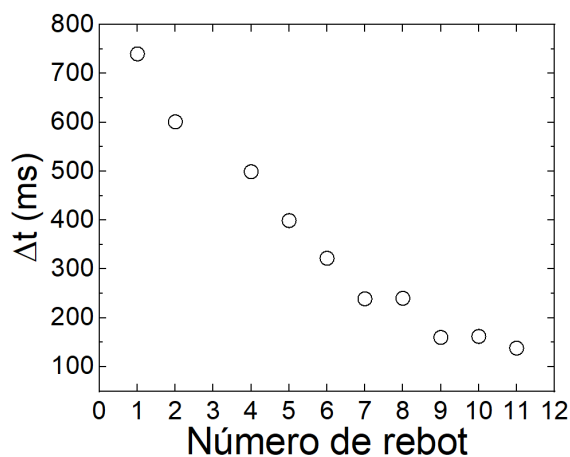


I de rebot, la física

Després d'encertar uns quants cops el telèfon amb la pilota, i uns altres amb la pilota a l'altra punta de l'habitació... ben lluny del mòbil, hem obtingut el següent resultat per la nostra gravació:



Hem posat en la figura petita tot el que hem gravat, i en la figura gran el tros que hem analitzat. Fixeu-vos que hem posat el zero en l'inici dels rebots: això no cal fer-ho... però ens ajuda a establir on comença l'experiment. El primer que calia fer era obtenir el temps entre rebots successius, i fer una gràfica en funció del número de rebot. Nosaltres hem obtingut el següent resultat:



Com era d'esperar, el temps entre dos impactes de la pilota amb el terra que podem anomenar "temps de vol"¹ cada cop és més curt.

Això és degut al fet que la pilota, en rebotar contra el terra, ho fa amb una velocitat menor que la d'abans de l'impacte. Per tant, en el següent bot, la velocitat amb què surt disparada cap amunt és més petita i està menys temps a l'aire.

¹ Encara que no us ho creieu, el temps de vol és una magnitud que es mesura en els laboratoris més avançats del món... però no d'una pilota, de partícules subatòmiques!
(https://ca.wikipedia.org/wiki/Time_of_Flight)

Una mica de cinemàtica... la velocitat

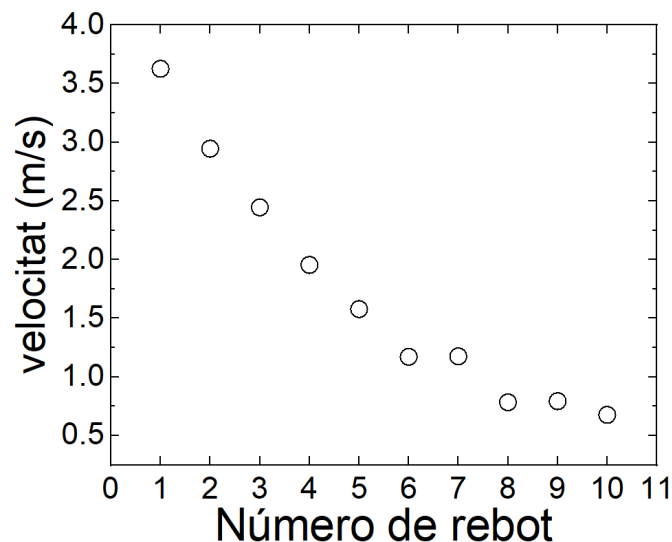
El temps de vol de la pilota entre bot i rebot el podem relacionar fàcilment amb la velocitat que té la pilota en sortir disparada cap a dalt després de toca a terra. Com que els punts inicial i final de la pilota són el mateix ($y = y_0$) en substituir a l'equació del Moviment Rectilini Uniformement Accelerat obtenim:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = t \left(v_0 - \frac{1}{2} g t \right)$$

Per tant la pilota estarà a terra per $t_1 = 0$ (al principi) i per $t_2 = \frac{2v_0}{g}$, en tornar a caure. Com que el temps inicial és zero, és el mateix t_2 que l'increment de temps Δt_1 . Per tant podem calcular la velocitat a partir de Δt_1 , aïllant-lo de l'equació anterior:

$$v_0 = \frac{g \Delta t}{2}$$

Si ara fem això per a cada rebot, obtenim la següent gràfica:



Per tant, després del primer bot, la pilota ha sortit disparada cap a l'aire amb una velocitat d'uns 3.5 m/s, és a dir, d'uns 12 km/h. Si suposem que el fregament amb l'aire és molt petit, això vol dir que, després de pujar, en tornar a caure a colpejat el terra de nou amb una velocitat de 3.5 m/s un altre cop.²

² Negligir el fregament amb l'aire es pot fer quan la distància recorreguda és petita. Quan la distància és gran ja no és possible. De fet, si suposem que no hi ha fregament amb l'aire, les gotes d'aigua de pluja que cauen dels núvols ho farien a uns 800km/h: aneu amb compte el següent cop que plougui!!!! (podeu veure aquest càlcul aquí: <https://www.youtube.com/watch?v=Oo-MYuomAbk&t=12s>)

Una mica més de cinemàtica... l'alçada

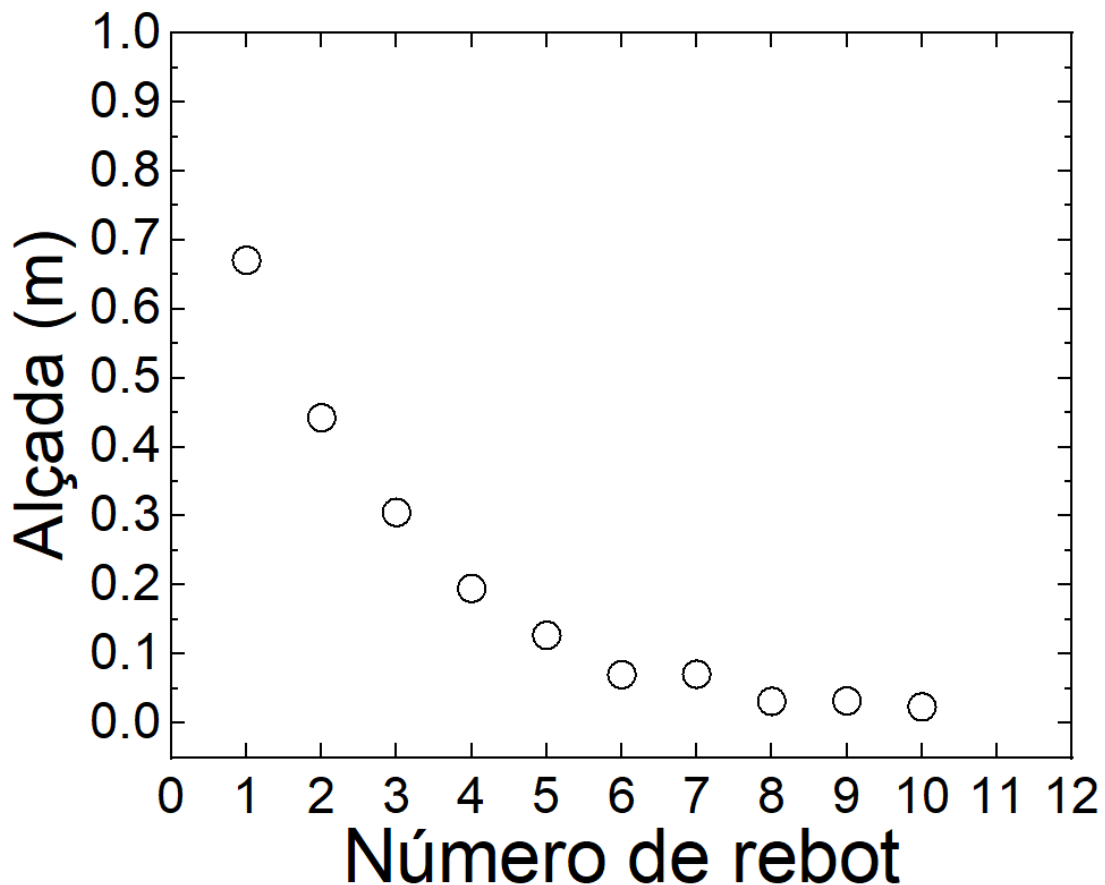
Per tal de calcular l'alçada podem utilitzar la cinemàtica un altre cop o la conservació de l'energia. Utilitzant la cinemàtica, obtenim que el temps en què la pilota es troba al punt de màxima alçada és aquell pel qual la seva velocitat és zero. Per tant:

$$0 = v_0 - gt \rightarrow t = \frac{v_0}{g}$$

... si el compareu amb el temps anterior, el temps obtingut és exactament la meitat del que necessita per pujar i tornar a baixar. Si ara substituïm en l'equació de l'alçada en funció del temps:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow h = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left[\frac{v_0}{g} \right]^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$

Per tant, a partir de les velocitats que hem calculat, podem calcular l'alçada a la qual arriba la pilota després de cada bot:



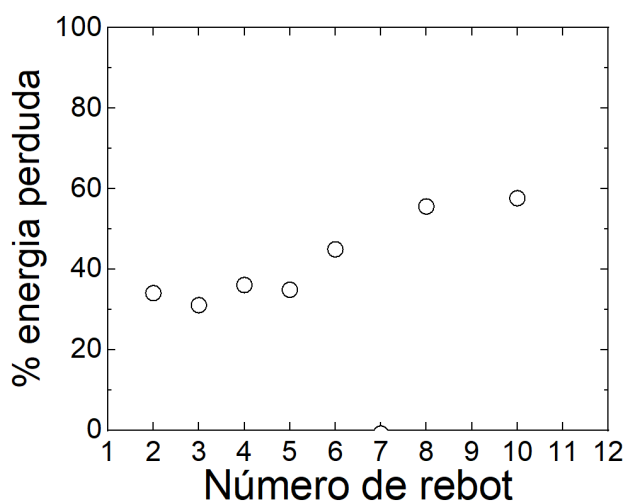
Per tant després del primer bot ja ha perdut tanta energia que la pilota arriba només a una alçada d'uns 70 centímetres... i ara el que volem fer és precisament calcular aquesta pèrdua d'energia.

Una mica d'energia

Donat que tenim la velocitat, podem calcular fàcilment l'energia cinètica de la pilota en tocar el terra (i de fet, en tota la trajectòria). El que ens interessa, però, és saber quanta energia es perd en el xoc... però el que més ens interessa és saber quina és la **proporció** (en tant per cent) d'energia perduda:

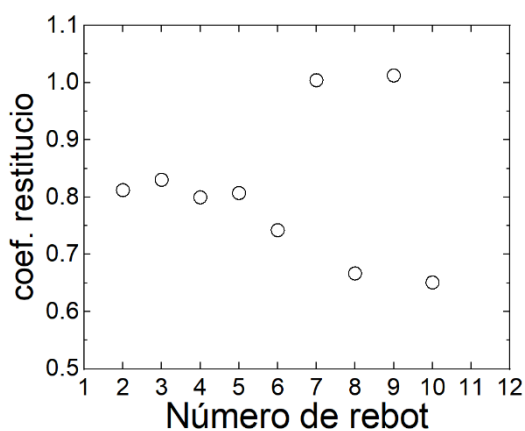
$$P_{ep}(\%) = \frac{E_{c,fin} - E_{c,ini}}{E_{c,ini}} = \frac{\frac{1}{2}mv_{fin}^2 - \frac{1}{2}mv_{ini}^2}{\frac{1}{2}mv_{ini}^2} = \frac{v_{fin}^2 - v_{ini}^2}{v_{ini}^2}$$

Si ho calculem per cada xoc, obtenim el següent resultat:



Veiem que en cada bot es perd, aproximadament un 30%-40% de l'energia. Curiosament pels darrers rebots es perd una mica més... en qualsevol cas cal tenir en compte que les mesures tenen error, principalment degut al fet que hem agafat el moment del xoc com el màxim del pic. Una forma millor de trobar el moment del xoc seria mirant la forma aproximada que té el pic i mirar on està el punt mitjà aproximadament... de fet així és com ho fem els científics quan estem fent recerca!

Una forma alternativa de calcular l'energia que es perd és dividir la velocitat després del xoc, entre la que tenia abans: si obtenim la unitat vol dir que no s'ha perdut energia. Si ens dóna més petit que 1, vol dir que sí que hem perdut energia. A aquest número se l'anomena **coeficient de restitució**. A l'esquerra podeu veure la gràfica d'aquest coeficient en funció del número del xoc. Hi ha dos punts que clarament no quadren amb la resta: com hem dit abans això és a causa dels errors en la presa dels temps.

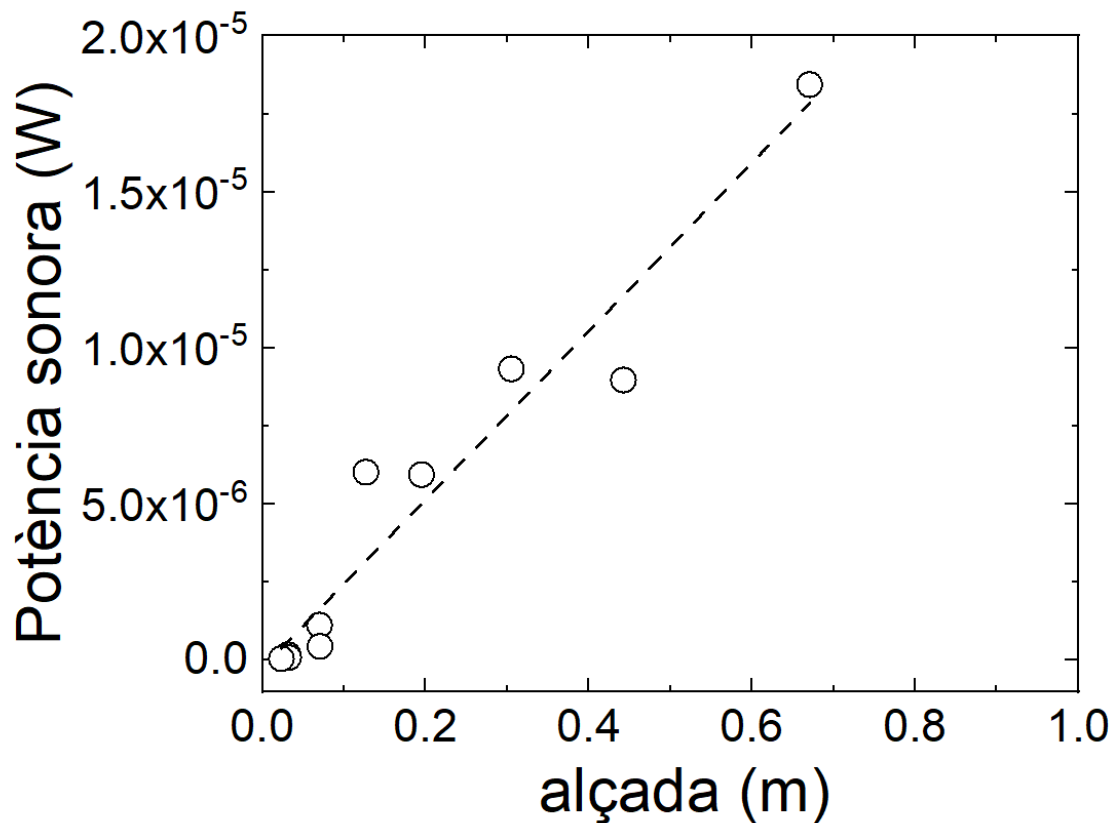


Una mica de soroll

Per últim hem volgut fer una gràfica de la intensitat sonora de l'impacte de la pilota amb el terra, en funció de l'alçada des de la qual cau a pilota. Abans de res, però, recordeu que el que mesurem amb el nostre telèfon es una intensitat sonora relativa (db), per calcular la potència en Watts cal fer el càlcul:

$$P_t = 10^{-12} \times 10^{\frac{db}{10}}$$

Un cop fet aquest càlcul per a cada bot obtenim la gràfica:



Per tant obtenim que la intensitat sonora és aproximadament proporcional a l'alçada des de la qual cau la pilota. Per tant, ara podríem deduir, a partir d'aquesta gràfica, des de quina alçada cau aquesta pilota, només sentint el seu soroll.